

**1. Conteúdos e objetivos:**

CONTEÚDOS (M7)	OBJETIVOS
<p><u><b>Funções Reais de Variável Real</b></u></p> <p><b>Limites e Continuidade</b></p> <p><b>Derivada de segunda ordem, extremos, sentido das concavidades e pontos de inflexão.</b></p> <p><u><b>Funções Exponencial e Logarítmica</b></u></p> <p><b>Funções exponenciais</b></p> <p><b>Limites notáveis envolvendo funções exponenciais e logarítmicas</b></p>	<ul style="list-style-type: none"> <li>□ Utilizar os teoremas de comparação e do teorema das funções enquadradas para determinar limites de funções reais de variável real;</li> <li>□ Utilizar o teorema dos valores intermédios (Bolzano-Cauchy);</li> <li>□ Resolver problemas envolvendo os teoremas de comparação para o cálculo de limites de sucessões e de funções e a continuidade de funções.</li> <li>□ Calcular a derivada de segunda ordem de uma função;</li> <li>□ Estudar o sinal da derivada de segunda ordem num ponto crítico e identificar de extremos locais;</li> <li>□ Identificar os pontos de inflexão e concavidades do gráfico de funções duas vezes diferenciáveis;</li> <li>□ Fazer o estudo e traçados de gráficos de funções diferenciáveis;</li> <li>□ Resolver problemas envolvendo propriedades de funções diferenciáveis;</li> <li>□ Resolver problemas de otimização envolvendo funções diferenciáveis;</li> <li>□ Resolver problemas envolvendo a resolução aproximada de equações da forma <math>f(x)=g(x)</math> utilizando uma calculadora gráfica.</li> <li>□ Aplicar as propriedades da função:</li> <li>□ Definir funções exponenciais de base <math>a</math>;</li> <li>□ Função exponencial <math>e^x</math> e relação com o limite da sucessão de termo geral <math>(1+x/n)^n</math>, <math>x \in \mathbb{R}</math> ;</li> <li>□ Aplicar o limite notável e derivada da função exponencial.</li> <li>□ Estudar a função logarítmica de base <math>a \neq 1</math> enquanto bijeção recíproca da função exponencial de base <math>a</math>; logaritmo decimal e logaritmo neperiano;</li> <li>□ Estudar a monotonia, sinal, limites e propriedades algébricas dos logaritmos;</li> <li>□ Calcular as derivadas das funções logarítmicas e da função <math>a^x</math>, <math>a &gt; 0</math></li> <li>□ Calcular a derivada da função <math>x^a</math>, <math>a</math> real e <math>x &gt; 0</math>.</li> </ul> <p>Calcular Limites tipo: <math>\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{e^x}{x^k}</math> e <math>\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\ln(x)}{x}</math></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>□ Resolver problemas envolvendo o estudo de funções definidas a partir de funções exponenciais e logarítmicas, as respetivas propriedades algébricas e limites notáveis.</li> <li>□ Resolver problemas envolvendo o estudo de funções definidas a partir de funções exponenciais e logarítmicas, as respetivas propriedades algébricas e limites notáveis.</li> </ul>

CONTEÚDOS (M8)	OBJETIVOS
<p><b><u>Funções Trigonométricas</u></b></p> <p><b>Diferenciação de funções trigonométricas</b></p> <p><b>Osciladores harmónicos</b></p>	<ul style="list-style-type: none"> <li>□ Saber aplicar as fórmulas trigonométricas da soma, da diferença e da duplicação;</li> <li>□ Saber aplicar o limite notável ;</li> <li>□ Conhecer a diferenciabilidade das funções seno, cosseno e tangente;</li> <li>□ Resolver problemas envolvendo o estudo de funções definidas a partir de funções trigonométricas.</li>   <li>□ Osciladores harmónicos: determinar amplitude, pulsação, período, frequência e fase;</li> <li>□ Fazer o estudo das funções definidas analiticamente por <math>\text{asin}(bx+c)+d</math>, <math>\text{acos}(bx+c)+d</math>, <math>\text{atg}(bx+c)+d</math>, <math>a \neq 0</math></li> <li>□ Os osciladores harmónicos como soluções de equações diferenciais da forma <math>f'' = \omega^2 f</math>; relacionar com a segunda lei de Newton e com a lei de Hooke; Resolver problemas envolvendo osciladores harmónicos</li> </ul>
<p><b><u>Números Complexos</u></b></p> <p><b>Introdução aos números complexos</b></p>	<ul style="list-style-type: none"> <li>□ Saber aplicar as propriedades das operações <math>(a,b)+(c,d)=(a+c,b+d)</math> e <math>(a,b) \times (c,d)=(ac-db,ad+bc)</math> definidas em <math>\mathbb{R}^2</math>: associatividade, comutatividade, distributividade de <math>\times</math> relativamente a <math>+</math> e respetivos elementos neutros; definição do corpo dos números complexos <math>\mathbb{C}</math>, enquanto <math>\mathbb{R}^2</math> munido destas operações;</li> <li>□ Conhecer <math>\mathbb{R}</math> enquanto subconjunto de <math>\mathbb{C}</math>; a unidade imaginária <math>i=(0,1)</math>;</li> <li>□ Saber representar números complexos na forma <math>z=a+ib</math>, <math>a, b \in \mathbb{R}</math>. Parte real e parte imaginária dos números complexos; o plano complexo e os eixos real e imaginário; ponto afixo de um número complexo.</li> </ul>
<p><b>Quociente de números complexos</b></p>	<ul style="list-style-type: none"> <li>□ Determinar o inverso de um número complexo não nulo e quociente de números complexos.</li> </ul>
<p><b>Exponencial complexa e forma trigonométrica dos números complexos</b></p>	<ul style="list-style-type: none"> <li>□ Conhecer complexos de módulo 1; a exponencial complexa <math>e^{\alpha} = \cos(\alpha) + i \sin(\alpha)</math>, <math>\alpha \in \mathbb{R}</math> e respetivas propriedades algébricas e geométricas; argumento de um número complexo e representação trigonométrica dos números complexos;</li> <li>□ Determinar soluções das equações da forma <math>n \in \mathbb{N}</math>, e <math>w \in \mathbb{C}</math>; raízes em <math>\mathbb{C}</math> de polinómios do segundo grau de coeficientes reais.</li> </ul>
<p><b>Raízes n-ésimas de números complexos</b></p>	<ul style="list-style-type: none"> <li>□ Resolver problemas envolvendo propriedades algébricas e geométricas dos números complexos, a respetiva forma trigonométrica, raízes n-ésimas de números complexos.</li> </ul>

<b>CONTEUDOS (M9)</b>	
<p><b>Problemas de contagem.</b></p> <p><b>Cálculo combinatório.</b></p> <p><b>Triângulo de pascal.</b></p> <p><b>Binómio de Newton.</b></p> <p><b>Cálculo de probabilidades</b></p> <p><b>axiomática de probabilidades.</b></p>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Aplicar o princípio fundamental da contagem.</li> <li>• Aplicar estratégias de contagem.</li> <li>• Aplicar o conceito de factorial de um número natural.</li> <li>• Resolver problemas aplicando: permutações, arranjos sem repetição, arranjos com repetição e combinações.</li> <li>• Resolver problemas aplicando as propriedades do triângulo de Pascal.</li> <li>• Aplicar o desenvolvimento do binómio de Newton na resolução de problemas.</li> <li>• Conhecer terminologia das probabilidades.</li> <li>• Determinar o espaço de resultados de uma experiência aleatória.</li> <li>• Aplicar a definição clássica ou de Laplace de probabilidade.</li> <li>• Resolver problemas de probabilidades usando a análise combinatória para efectuar contagens.</li> <li>• Descrever raciocínios em probabilidades.</li> <li>• Aplicar os axiomas em probabilidades.</li> <li>• Demonstrar teoremas envolvendo probabilidades.</li> <li>• Resolver problemas aplicando teoremas das probabilidades.</li> <li>• Resolver problemas aplicando probabilidades condicionadas e acontecimentos independentes.</li> </ul>

### Estrutura e critérios de correção

A prova é constituída por dois grupos, I e II.

- O grupo I inclui cinco questões de escolha múltipla.
- O grupo II é constituído por questões de resposta aberta, subdivididas em alíneas.

Nas questões do grupo I, os alunos deverão escolher a resposta correta entre as quatro alternativas indicadas no enunciado, sem justificação.

Na resolução das questões do grupo II, devem constar todos os cálculos que forem efetuados bem como todas as justificações necessárias e o raciocínio deve ser apresentado de forma clara.

Quando, para um resultado, não for pedida a aproximação, pretende-se sempre o valor exato.

Erros ocasionais, que não afetem a estrutura ou o grau de dificuldade da questão, não devem ser penalizados em mais de 10% da cotação atribuída.

A cotação a atribuir a cada alínea será sempre um número inteiro (de 0 a 200), sendo a classificação final expressa na escala de 0 a 20 valores.

A classificação não é prejudicada pela utilização de dados incorretos, obtidos em cálculos anteriores, desde que o grau de dificuldade se mantenha.

### **Cotação da prova**

**Módulo 7:** 54 pontos;

**Módulo 8:** 84 pontos;

**Módulo 9:** 62 pontos

### *Material a utilizar*

Material de escrita (esferográfica de cor azul ou preta), material de desenho (régua, esquadro, transferidor e compasso) e calculadora (gráfica ou não gráfica).

Não é permitido o uso de lápis nem de corretor